



Concursul Fractal, Secțiunea Seniori a II-a Ediție din 8.12.2024

Problema 1. Numerele naturale nenule a, b, c sunt astfel încât $\frac{a+b}{b+c}$ este pătratul unui număr rațional, iar $ab + bc + ca$ este un număr prim. Aflați toate valorile posibile ale lui $\frac{a+b}{b+c}$.

Problema 2. În colțul din stânga jos al unei table de șah (cu câte 8 rânduri și 8 coloane), se află un rege. Marius și Alexandru joacă un joc, Alexandru merge primul. Pe rând, aceștia mută regele, sau în dreapta, sau în sus, sau în dreapta sus, cu câte exact un pătrățel. Câștigă cel ce duce regele în pătrățelul din colțul din dreapta sus. Cine va câștiga dacă ambii jucători joacă optimal?

Problema 3. Numerele pozitive nenule a, b și c satisfac $abc = 1$. Arătați că:

$$\frac{1}{a^2 + a} + \frac{1}{b^2 + b} + \frac{1}{c^2 + c} \geq \frac{3}{2}$$

Problema 4. În triunghiul ABC , punctele D, E și F sunt picioarele perpendicularelor duse pe laturile opuse din A, B și C respectiv. Punctul X_A este astfel încât un cerc prin E și F este tangent la cercul circumscris triunghiului ABC în X_A , analog definim X_B și X_C . Arătați că dreptele AX_A, BX_B și CX_C sunt concurente.